Questão 01

Determine o conjunto-solução da equação
$sen^3x+cos^3x = 1-sen^2x.cos^2x$

Solução:
$sen^3x+cos^3x = 1-sen^2x.cos^2x$
$(senx+cosx).(sen^2x-senx.cosx+cos^2x)=(1-senx.cosx).(1+senx.cosx)$
$(senx+cosx).(1-senx.cosx)=(1-senx.cosx).(1+senx.cosx)$
1ª possibilidade: $1-senx.cosx = 0$
$senx.cosx=1 \to sen2x=2 \to$ não existe x nestas condições

2ª possibilidade: $1-senx.cosx \neq 0$
Neste caso: $senx+cosx = 1+senx.cosx$
Elevando ao quadrado em ambos os lados:
$sen^2x+2senx.cosx+cos^2x = 1 + 2senx.cosx+sen^2x.cos^2x$
$1 + 2senx.cosx+cos^2x = 1 + 2senx.cosx+sen^2x.cos^2x$
$sen^2x.cos^2x = 0 \to senx.cosx=0 \to x = k\pi/2,\ k\in Z$
Entretanto ao elevar ao quadrado podemos ter introduzido raízes estranhas.
Verificando percebemos que as soluções do tipo $\pi + 2k_1\pi$ não servem e também não servem as do tipo $3\pi/2 + 2k_2\pi$, $k_2\in Z$ restando apenas as soluções do tipo $2k_3\pi$, $k_3\in Z$.
Então o conjunto solução é:
$S = \{x \in \Re \ / \ x = k\pi/2 + 2k\pi,\ k\in Z \text{ ou } x=2k_3\pi,\ k_3\in Z\}$

Questão 02

Encontre o polinômio $P(x)$ tal que $Q(x)+1=(x+1)^3\cdot P(x)$ e $Q(x)+2$ é divisível por x^4, onde $Q(x)$ é um polinômio do 6° grau.

SOLUÇÃO:
$Q(x)$ é polinômio de 6° grau:
$Q(x)=a_6\cdot x^6+a_5\cdot x^5+a_4\cdot x^4+a_3\cdot x^3+a_2\cdot x^2+a_1\cdot x+a_0$
$Q(x)+2$ é divisível por x^4:
$\dfrac{Q(x)+2}{x^4}=b_2\cdot x^2+b_1\cdot x+b_0 \Rightarrow a_3=a_2=a_1=0 \text{ e } a_0=-2$
Logo, $Q(x)=a_6\cdot x^6+a_5\cdot x^5+a_4\cdot x^4-2$
$P(x)\cdot(x-1)^3=Q(x)+1$
$P(x)=c_3\cdot x^3+c_2\cdot x^2+c_1\cdot x+c_0$
$P(x)\cdot(x-1)^3=c_3\cdot x^6+(c_2-3\cdot c_3)\cdot x^5+(c_1-3\cdot c_2+3\cdot c_3)\cdot x^4+$
$+(c_0-3\cdot c_1+3\cdot c_2-c_3)\cdot x^3+(3\cdot c_1-3\cdot c_0-c_2)\cdot x^2+$
$+(3\cdot c_0-c_1)\cdot x-c_0$
$Q(x)+1=a_6\cdot x^6+a_5\cdot x^5+a_4\cdot x^4-1$
Então, $c_0=1$; $c_1=3\cdot c_0=3$; $c_2=3\cdot(c_1-c_0)=6$;
$c_3=3\cdot c_2-3\cdot c_1+c_0=10$
Logo, $P(x)=10\cdot x^3+6\cdot x^2+3\cdot x+1$

Obs: prosseguindo com os cálculos, encontraremos
$Q(x)=10\cdot x^6-24\cdot x^5+15\cdot x^4-2$.

Questão 03

Os elementos da matriz dos coeficientes de um sistema de quatro equações lineares e quatro incógnitas (x, y, z e w) são função de quatro constantes a, b, c e d. Determine as relações entre a, b, c e d para que o referido sistema admita uma solução não trivial, sabendo que CD = -DC, onde $C=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $D=\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$.

Solução:
Por hipótese, temos:
$CD=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ax+bz & ay+bw \\ cx+dz & cy+dw \end{bmatrix}$;

$DC=\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ax+cy & bx+dy \\ az+cw & bz+dw \end{bmatrix}$.

Como CD = – DC $\Rightarrow$ CD + DC = 0 $\Rightarrow \begin{cases} 2ax+cy+bz=0 \\ bx+(a+d)y+bw=0 \\ cx+(a+d)z+cw=0 \\ cy+bz+2dw=0 \end{cases}$.

Assim, o referido sistema é um sistema homogêneo 4 por 4 que admite solução não-trivial se e somente se o sistema for possível e indeterminado, ou seja, se o determinante dos coeficientes for zero.
A matriz associada dos coeficientes é dada por:

$$D=\begin{bmatrix} 2a & c & b & 0 \\ b & a+d & 0 & b \\ c & 0 & a+d & c \\ 0 & c & b & 2d \end{bmatrix}.$$

Desenvolvendo o determinante de D por Laplace na primeira coluna, temos:

$$D=2a.\underbrace{\begin{vmatrix} a+d & 0 & b \\ 0 & a+d & c \\ c & b & 2d \end{vmatrix}}_{D_1}-b.\underbrace{\begin{vmatrix} c & b & 0 \\ 0 & a+d & c \\ c & b & 2d \end{vmatrix}}_{D_2}+c.\underbrace{\begin{vmatrix} c & b & 0 \\ a+d & 0 & b \\ c & b & 2d \end{vmatrix}}_{D_3}.$$

Mas,
$D_1 = 2d(a+d)^2 – bc(a+d) – bc(a+d) = 2d(a+d)^2 – 2bc(a+d)$
$D_2 = 2cd(a+d) +bc^2 – bc^2 = 2cd(a+d)$
$D_3 = b^2c – b^2c – 2bd(a+d) = – 2bd(a+d)$

Assim,
$D = 2a.[2d(a+d)^2 – 2bc(a+d)] – b.2cd(a+d) – c.2bd(a+d)$
$D =4ad(a+d)^2 – 4abc(a+d) – 4bcd(a+d)$
$D =4ad(a+d)^2 – 4bc(a^2 +ad + ad+d^2)$
$D =4ad(a+d)^2 – 4bc(a+d)^2$
$D =4(a+d)^2(ad – bc)$.
Fazendo o determinante igual a zero, temos:
$(a+d)^2(ad – bc)=0 \Leftrightarrow$ **ad=bc ou a = – d.**

Questão 04

Uma seqüência de quatro termos forma uma PG. Subtraindo-se 2 do primeiro termo e *k* do quarto termo, transforma-se a seqüência original em uma PA. Uma terceira seqüência é obtida somando-se os termos correspondentes da PG e da PA. Finalmente, uma quarta seqüência, uma nova PA, é obtida a partir da terceira seqüência, subtraindo-se 2 do terceiro termo e sete do quarto. Determine os termos da PG original.

Solução:
Inicialmente, vamos definir os termos de cada uma das seqüências:
PG original: $(a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3)$
A partir dela monta-se a seqüência seguinte:
1ª PA: $(a_1 – 2, a_1q, a_1q^2, a_1q^3 – k)$
Somando-se os termos das duas, temos a terceira seqüência:
$(2a_1 –2, 2a_1q, 2a_1q^2, 2a_1q^3 – k)$
De onde obtemos a outra PA:
2ª PA: $(2a_1 –2, 2a_1q, 2a_1q^2 - 2, 2a_1q^3 – k – 7)$

Como a soma dos termos eqüidistantes de uma PA é constante, podemos escrever a partir da 1ª PA:
$a_1 – 2 + a_1q^3 – k = a_1q + a_1q^2$ (I)
Analogamente para a 2ª PA:
$2a_1 –2 +2a_1q^3 – k – 7 = 2a_1q + 2a_1q^2 – 2$ (II)
Fazendo (II) – 2(I):
$2 + k – 7 = - 2 \Rightarrow k = 3$

Considerando-se três termos consecutivos de uma PA, sabemos que o segundo é a media aritmética entre o primeiro e o terceiro. Isso nos dá a seguinte relação entre os 3 primeiros termos da 1ª PA:
$a_1q^2 + (a_1 – 2) = 2a_1q$
De onde: $a_1(q^2 – 2q + 1) = 2 \Rightarrow a_1(q – 1)^2 = 2$ (III)
Analogamente, para os 3 últimos termos dessa mesma PA:
$a_1q^3 – 3 + a_1q = 2a_1q^2$
De onde: $a_1q(q^2 - 2q + 1) = 3 \Rightarrow a_1q(q-1)^2 = 3$ (IV)
Substituindo (III) em (IV), temos:

q = $\frac{3}{2}$

Portanto: $a_1(\frac{3}{2}-1)^2 = 2 \Rightarrow a_1 = 8$

A PG pedida é (8, 12, 18, 27)

Questão 05

Cinco equipes concorrem numa competição automobilística, em que cada equipe possui dois carros. Para a largada são formadas duas colunas de carros lado a lado, de tal forma que cada carro da coluna da direita tenha ao seu lado, na coluna da esquerda, um carro de outra equipe. Determine o número de formações possíveis para a largada.

1ª Solução:

Seja A_1 = número de possibilidades onde temos a equipe 1 com pilotos na mesma linha.

A_2 = número de possibilidades onde temos a equipe 2 com pilotos na mesma linha.

A_3 = número de possibilidades onde temos a equipe 3 com pilotos na mesma linha.

A_4 = número de possibilidades onde temos a equipe 4 com pilotos na mesma linha.

A_5 = número de possibilidades onde temos a equipe 5 com pilotos na mesma linha.

Logo A_K = número de possibilidades onde temos k equipes com pilotos na mesma linha.

Onde, $A_i = C_5^1.2^k.8!$ (para i = 1 até 5) → primeiro escolhemos a(s) linha(s) que vai conter a(s) dupla(s) da mesma equipe, depois trocamos os 2 pilotos de coluna, depois permutamos os outros pilotos.

Analogamente:

$n(A_i \cap A_j) = C_5^2.2^2.6!$ (para i = 1 até 5, j = 1 até 5, com i ≠ j)

$n(A_i \cap A_j \cap A_k) = C_5^3.2^3.4!$ (i ≠ j ≠k, variando de 1 a 5)

$n(A_i \cap A_j \cap A_k \cap A_p) = C_5^4.2^4.2!$ (i ≠ j ≠k ≠p, variando de 1 a 5)

$n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) = C_5^5.2^5$

O que procuramos é

$10! - n(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5) =$

$10! - [\, n(A_1) + ... + n(A_5)] + [\, n(A_1 \cap A_2) + ... + n(A_4 \cap A_5)] - ... - [\, n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5)] = 10! - C_5^1.n(A_i) + C_5^2.n(A_i \cap A_j)$

$- C_5^3.n(A_i \cap A_j \cap A_k) + C_5^4.n(A_i \cap A_j \cap A_k \cap A_p)$

$- C_5^5.n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5)$

= 3.628.800 - 2.016.000 + 576.000 - 115.200 + 19.200 - 3.840 =
2.088.960 formações.

2ª Solução:

Em nossa solução vamos rotacionar a figura da largada.

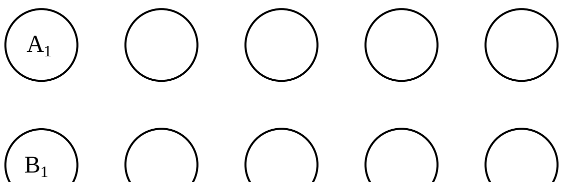
Vamos supor que as 5 equipes sejam A, B, C, D e E. Havendo dois pilotos por equipe denotaremos por X_1 e X_2, os pilotos 1 e 2 da equipe X.

Vamos escolher o piloto que vai ficar na 1ª fila (a da esquerda) na linha de cima. Há 10 possibilidades.

Imaginemos sem perda de generalidade, que este piloto seja A_1.

Existem então 8 possibilidades para o seu companheiro de 1ª fila (A_2 é o único que não pode).

Imaginemos sem perda de generalidade, que este piloto seja B_1.



Vamos pensar agora em que posição pode estar o companheiro de equipe de A_1, o piloto A_2. Há 8 possibilidades.

O companheiro de fila de A_2 pode ser qualquer um dos outros 7 pilotos, mas separaremos isso em 2 casos. No primeiro caso seu companheiro é B_2. Nosso segundo caso, é qualquer um dos outros 6.

Caso 1 (o companheiro de equipe de A_2 é B_2)

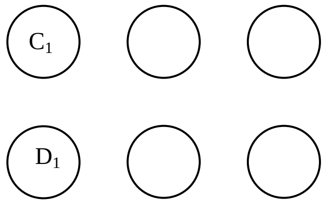
Nosso problema agora recai em calcular as possíveis maneiras de colocar os outros 6 pilotos nas posições remanescentes). São eles C_1, C_2, D_1, D_2, E_1 e E_2. Vamos excluir as filas preenchidas, por simplificação.

Vamos escolher o piloto que vai ficar na 1ª fila (a da esquerda) na linha de cima. Há 6 possibilidades.

Imaginemos sem perda de generalidade, que este piloto seja C_1.

Existem então 4 possibilidades para o seu companheiro de 1ª fila (C_2 é o único que não pode).

Imaginemos sem perda de generalidade, que este piloto seja D_1.



Vamos pensar agora em que posição pode estar o companheiro de equipe de C_1, o piloto C_2. Há 4 possibilidades.

O companheiro de fila de C_2 pode ser qualquer um dos pilotos E_1 ou E_2 (não pode ser D_2, senão a outra fila ficaria com os dois pilotos E). Há 2 possibilidades então.

Restam então duas possibilidades para os dois pilotos restantes, bastando alternar a ordem, quem fica em cima e quem fica embaixo.

Possibilidades do caso 1: 6.4.4.2.2 = 384

Caso 2 (o companheiro de equipe de A_2 não é B_2):

Vamos escolher então este companheiro entre as 6 opções restantes (6 possibilidades).

Vamos imaginar, sem perda de generalidade, que este piloto seja C_1.

Nosso problema agora recai em calcular as possíveis maneiras de colocar os outros 6 pilotos nas posições remanescentes). São eles B_2, C_2, D_1, D_2, E_1 e E_2.

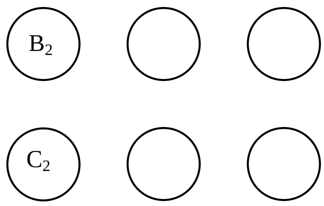
Vamos separar o caso 2 em 2 subcasos.

Caso 2.1 (B_2 e C_2 fazem parte da mesma fila)

Escolha da fila em que ficam: 3 possibilidades.

Escolha de quem fica em cima, quem fica embaixo: 2 possibilidades.

Imaginemos então o diagrama abaixo, sem perda de generalidade.



Obviamente os pilotos das equipes D e E deverão ocupar as últimas filas.

D_1 só pode estar na mesma fila de E_1 ou E_2: 2 possibilidades.

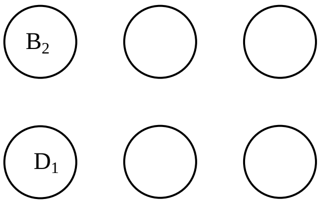
Escolha da fila em que estão: 2 possibilidades.

Escolha da ordem em que ficam (quem em cima e quem embaixo): 2 possibilidades

Escolha da ordem em que ficam os pilotos da outra fila (quem em cima e quem embaixo): 2 possibilidades

Total de possibilidades do caso 2.1: 3.2.2.2.2.2 = 96

Caso 2.2 (B_2 e C_2 não fazem parte da mesma fila).
Escolha do companheiro de B_2: 4 possibilidades.
Escolha da fila onde estão: 3 possibilidades.
Escolha da ordem em que ficam: 2 possibilidades
Imaginemos então o diagrama abaixo, sem perda de generalidade.



Resta-nos calcular como distribuir os outros pilotos (C_2, D_2, E_1 e E_2 nas outras posições).
E_1 e E_2 não poderão ocupar a mesma fila.
Então para o companheiro de fila de E1, há 2 possibilidades.
Em que fila ficam: 2 possibilidades.
Ordem em que ficam: 2 possibilidades.
Ordem dos outros 2 pilotos da fila restante: 2 possibilidades.

Total de possibilidades do caso 2.2: 4.3.2.2.2.2.2 = 3.128 = 384

Total de possibilidades do caso 2 = 96 + 384 = 480

Assim, somando os totais dos casos 1 e 2, temos:
10.8.8 (384 + 6.480) = 2088960 possibilidades

Questão 06

Determine a expressão da soma a seguir, onde n é um inteiro múltiplo de 4.
$1 + 2i + 3i^2 + ... + (n+1).i^n$

Solução:
$S = 1 + 2i + 3i^2 + ... + (n+1).i^n$ (1)
Muliplicando ambos os lados por i:
$Si = i + 2i^2 + 3i^3 + ... + (n+1).i^{n+1}$ (2)
Fazendo (1) – (2):
$S(1-i) = 1 + (i + i^2 + i^3 + …+ i^n) - (n+1).i^{n+1}$
O termo entre parênteses é a soma de uma PG finita, portanto:

$$S(1-i) = 1 + \frac{i^n.i-i}{i-1} - (n+1).i^{n+1} = 1 + \frac{i^{n+1}-i}{i-1} - (n+1).i^{n+1}$$

Como n é múltiplo de 4 então $i^{n+1} = i$, logo:

$$S(1-i) = 1 + \frac{i-i}{i-1} - (n+1).i = 1 – (n+1).i$$

$$S = \frac{1-(n+1)i}{1-i} = \frac{1-(n+1)i}{1-i}.\frac{1+i}{1+i} = \frac{1+i-(n+1)i+(n+1)}{2}$$

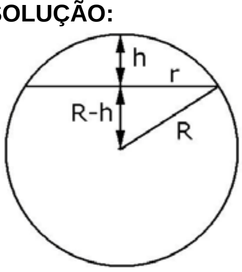
$$S = \frac{2+n-ni}{2} = \frac{2+n}{2} - \frac{n}{2}i$$

Observação: a banca examinadora omitiu a informação de que i é a unidade imaginária, dando margens a outras interpretações.

Questão 07

A área de uma calota esférica é o dobro da área do seu círculo base. Determine o raio do círculo base da calota em função do raio R da esfera.

SOLUÇÃO:



Da figura, temos:

$$R^2 = (R-h)^2 + r^2 \Rightarrow h^2 - 2\cdot R\cdot h + r^2 = 0 \Rightarrow h = R - \sqrt{R^2 - r^2}$$

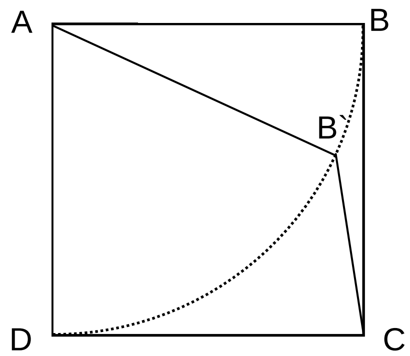
Sabemos que $S_{CAL} = 2\cdot S_{BASE} \Rightarrow 2\cdot\pi\cdot R\cdot h = 2\cdot\pi\cdot r^2 \Rightarrow$

$$r^2 = R\cdot h \Rightarrow r^2 = R\cdot\left(R - \sqrt{R^2 - r^2}\right) \Rightarrow R^2 - r^2 = R\cdot\sqrt{R^2 - r^2}$$

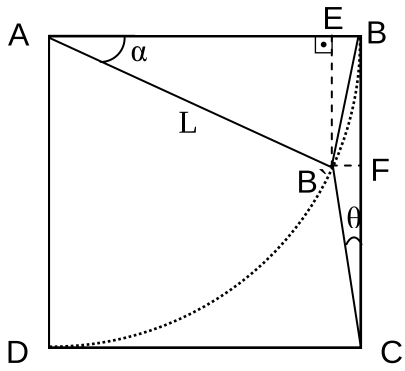
$$R^4 - 2\cdot R^2\cdot r^2 + r^4 = R^4 - R^2\cdot r^2 \Rightarrow r^2\cdot\left(r^2 - R^2\right) = 0 \Rightarrow r = R$$

Questão 08

Em um quadrado ABCD o segmento AB', com comprimento igual ao lado do quadrado, descreve um arco de círculo, conforme indicado na figura. Determine o ângulo $B\hat{A}B'$ correspondente à posição em que a razão entre o comprimento do segmento $B'C$ e o lado do quadrado vale $\sqrt{3-\sqrt{6}}$.



Solução:
Seja L o lado do quadrado, x a medida do segmento B'C, α a medida do ângulo $B\hat{A}B'$, e θ a medida do ângulo $B\hat{C}B'$. Na figura, observe os pontos E e F indicados:



Na figura, temos que:

$$AB = AB' = L$$
$$AE = L\cos\alpha \Rightarrow EB = B'F = L(1-\cos\alpha)$$
$$BF = Lsen\alpha \Rightarrow FC = L(1-sen\alpha)$$
$$\cos\theta = \frac{FC}{B'C} = \frac{L(1-sen\alpha)}{x}$$

Vamos aplicar a lei dos co-senos duas vezes, uma no triângulo ABB' e outra no triângulo CBB'. Temos:

$$\begin{cases}(BB')^2 = (AB)^2 + (AB')^2 - 2(AB)(AB')\cos\alpha \\ (BB')^2 = (CB)^2 + (CB')^2 - 2(CB)(CB')\cos\theta\end{cases}$$

Igualando o segundo membro de cada uma dessas equações, e substituindo as relações acima, vem que:

$$L^2 + L^2 - 2LL\cos\alpha = L^2 + x^2 - 2Lx\frac{L(1-sen\alpha)}{x}$$

$$3L^2 = x^2 + 2L^2(sen\alpha + \cos\alpha)$$

Pelo enunciado, devemos ter:

$\frac{x}{L}=\sqrt{3-\sqrt{6}}\Rightarrow x=L\sqrt{3-\sqrt{6}}$

Então: $3L^2=L^2(3-\sqrt{6})+2L^2(sen\alpha+\cos\alpha)$

$sen\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{6}}{2}\Rightarrow(sen\alpha+\cos\alpha)^2=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2$

$sen^2\alpha+2sen\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=\frac{6}{4}\Rightarrow 1+sen(2\alpha)=\frac{3}{2}\Rightarrow$

$sen(2\alpha)=\frac{1}{2}\Rightarrow 2\alpha=30°$ ou $2\alpha=150°\Rightarrow\ \alpha=15°$ ou $\alpha=75°$

Questão 09

Considere os números complexos $Z_1=sen\alpha+i\cos\alpha$ e $Z_2=\cos\alpha-i\,sen\alpha$, onde α é um número real.Mostre que, se $Z=Z_1Z_2$, então $-1\le R_e(Z)\le 1$ e $-1\le I_m(Z)\le 1$, onde $R_e(Z)$ e $I_m(Z)$ indicam, respectivamente, as partes real e imaginária de Z.

Solução:

$Z=(sen\alpha+i\cos\alpha)(\cos\alpha-i\,sen\alpha)=$

$sen\alpha.\cos\alpha-isen^2\alpha+i\cos^2\alpha-i^2sen\alpha\cos\alpha=$

$2sen\alpha.\cos\alpha+i(\cos^2\alpha-sen^2\alpha)=sen2\alpha+i(\cos2\alpha)$

Temos:

$-1\le sen2\alpha\le 1\Rightarrow -1\le R_e(Z)\le 1$

$-1\le\cos2\alpha\le 1\Rightarrow -1\le I_m(Z)\le 1$

Questão 10

Considere todos os pontos de coordenadas (x,y) que pertençam à circunferência de equação $x^2+y^2-6x+14=0$. Determine o maior valor possível de $\frac{y}{x}$.

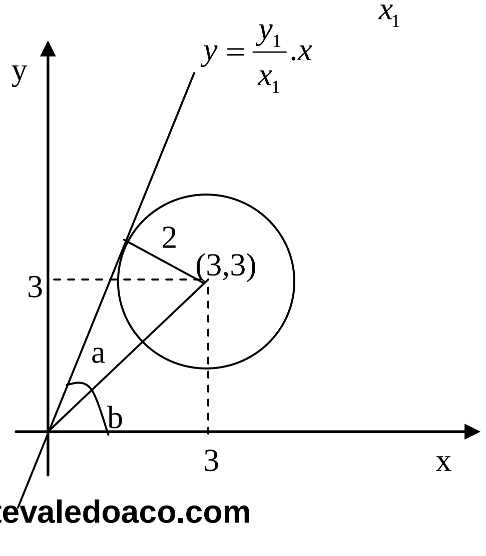
Solução:

Pela equação vemos que se trata de uma circunferência centrado no ponto (3,3) e de raio 2 pois:

$$x^2+y^2-6x-6y+14=0\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-3)^2=2^2$$

Seja (x_1,y_1) o ponto de circunferência com maior valor para $\frac{y}{x}$.

A reta que passa pela origem e contém o ponto (x_1,y_1) dado tem a seguinte equação $y=\frac{y_1}{x_1}.x$, logo pretendemos encontrar a reta secante à circunferência de maior coeficiente angular, logo será a reta tangente. Queremos então determinar o valor de $\frac{y_1}{x_1}$.



O coeficiente angular procurado é $\frac{y_1}{x_1}$ que pela figura percebemos ser:

$$\frac{y_1}{x_1}=tg(a+b)=\frac{tga+tgb}{1-tga\cdot tgb}$$

Onde : $tgb=1$ e sena = $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

Logo, sena $=\frac{\sqrt{2}}{3}$, daí cosa = $\frac{\sqrt{7}}{9}$ e tga = $\frac{\sqrt{14}}{7}$ →

Temos: $\frac{y_1}{x_1}=\frac{\frac{\sqrt{14}+1}{7}}{1-\frac{\sqrt{14}}{7}}$, logo $\frac{y}{x}=\frac{7+\sqrt{14}}{7-\sqrt{14}}$

Racionalizando: $\frac{y}{x}=\frac{9+2\sqrt{14}}{5}$

2ª Solução:

Para a tangência devemos ter solução única no sistema

$$\begin{cases}y=\frac{y_1}{x_1}.x\\ x^2+y^2-6x-6y+14=0\end{cases}.$$

Onde $\frac{y_1}{x_1}$ é o valor máximo para $\frac{y}{x}$ que chamaremos de t:

y = t . x → $x^2+t^2x-6x-6\,.\,tx+14=0$

→ $(1+t^2)x^2-6(1+t)x+14=0$

Para solução única, $\Delta=0$

$36(1+t)^2-4\,.\,14.(1+t^2)=0$

$36+72t+36t^2-56-56t^2=0$

$20t^2-72t+20=0$

$5t^2-18t+5=0$

$$t=\frac{18\pm4\sqrt{14}}{2.5}\Rightarrow t_{MAX}=\frac{9+2\sqrt{14}}{5}$$