

01. No instante $t = 0$, uma fonte sonora que gera um tom com frequência de 500 Hz é arremessada verticalmente do solo com velocidade inicial de 40 m/s. Pede-se:

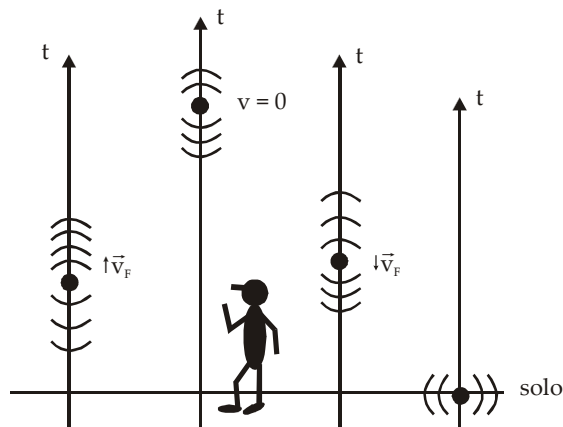
- a) a maior e a menor frequência do som ouvido por um observador estacionário situado muito próximo do local do arremesso;
- b) um esboço do gráfico da frequência ouvida pelo observador em função do tempo após o lançamento para $0 < t < 10$ s.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;
 velocidade do som (v_s) = 340 m/s.

Obs.: despreze o atrito da fonte sonora com o ar e suponha que a fonte permaneça imóvel após atingir o solo.

Solução:

01.



$$f_{ap} = f_F \left(\frac{v_s \pm v_{ob}}{v_s \mp v_F} \right)$$

Observador em repouso: $v_{ob} = 0$

A maior frequência ocorrerá no instante do lançamento.

$$f_{\min} = 500 \left(\frac{340}{340 + 40} \right) = 447 \text{ Hz}$$

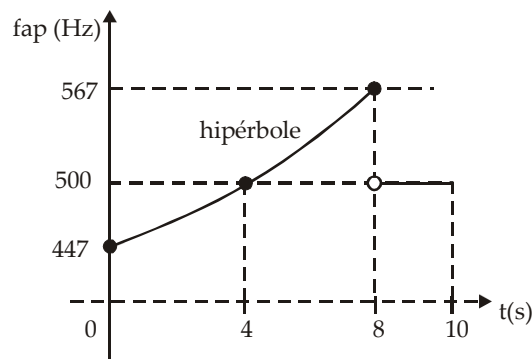
A maior frequência ocorrerá ao retornar.

$$f_{\max} = 500 \cdot \left(\frac{340}{340 - 40} \right) = 567 \text{ Hz}$$

Para a velocidade:

$$v = 40 - 10t$$

$$f_{ap} = 500 \left(\frac{340}{340 \mp (40 - 10t)} \right) = \frac{340}{0,68 \mp (+40 + 10t)}$$

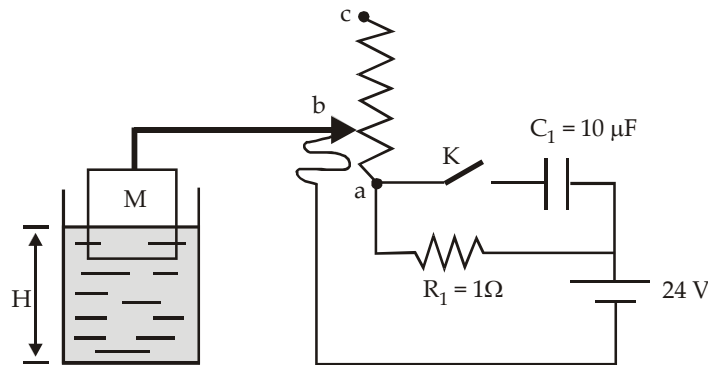


Não foi levado em consideração o atraso no tempo devido a propagação do som até atingir o observador.

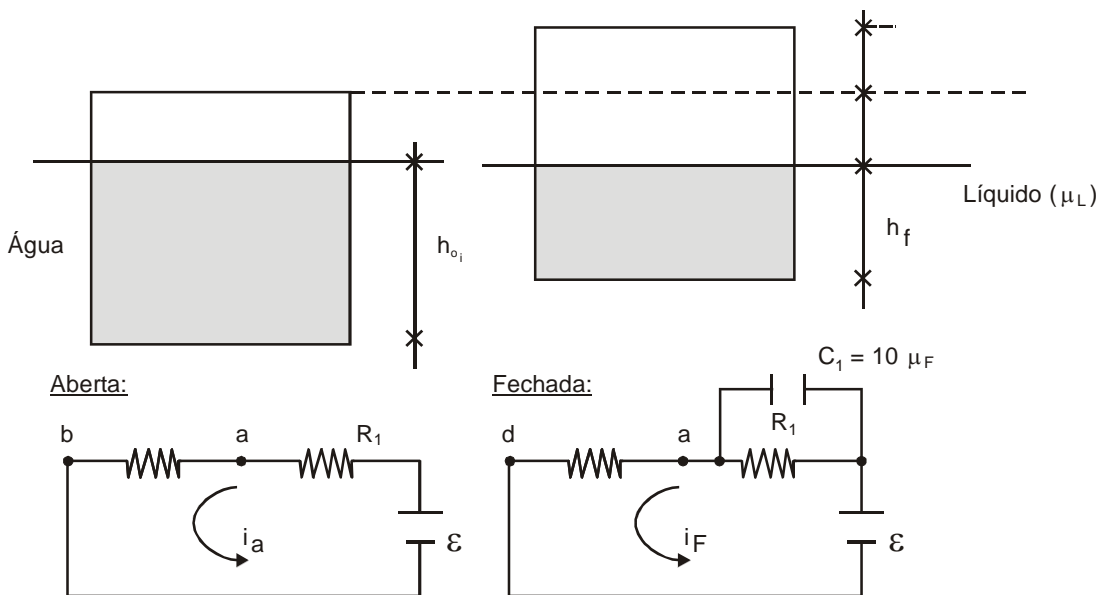
02. A figura ilustra um bloco M de madeira com formato cúbico, parcialmente submerso em água, ao qual está fixado um cursor metálico conectado a um circuito elétrico. Na situação inicial, a face do fundo do bloco se encontra a 48 cm da superfície da água, a chave K está aberta e o capacitor C_1 descarregado. O comprimento do fio resistivo entre a posição b do cursor metálico e o ponto a é 10 cm. A potência dissipada no resistor R_1 é 16 W.

Em determinado instante, a água é substituída por outro líquido mais denso, mantendo-se constante o nível H da coluna de água inicialmente existente. Fecha-se a chave K e observa-se que, após um longo intervalo de tempo, a energia armazenada em C_1 se estabiliza em 28,8 μJ . Considerando que a resistência por unidade de comprimento do fio resistivo é constante, determine a massa específica do líquido que substituiu a água.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;
 massa específica da água (μ_a) = 1 g/cm³.



Solução:



$$P_1 = R_1 \cdot i_a^2 \Rightarrow i_a = \sqrt{\frac{16}{1}} = 4,0 \text{ A}$$

$$V_{1a} = R_1 \cdot i_a \Rightarrow V_{1a} = 4\text{V}$$

$$-R_{ab} \cdot i_a - R_1 \cdot i_a + \varepsilon = 0 \Rightarrow R_{ab} = \frac{24 - 4}{4} = 5,0 \Omega$$

Fechada:

$$E_C = 28,8 \mu\text{J} = 28,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$E_C = \frac{CV^2}{2} \Rightarrow 28,8 \cdot 10^{-6} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2} V_C^2 \Rightarrow \boxed{V_C = 2,4\text{V}}$$

$$-R_{ad} \cdot i_F - R_1 \cdot i_F + 24 = 0 \Rightarrow R_{ad} = \frac{24 - 2,4}{2,4} = 9$$

$$\boxed{R_{ad} = 9,0\Omega}$$

No equilíbrio:

$$P = E_1 = \mu_a \cdot g \cdot A \cdot h_{oi}$$

$$P = E_2 = \mu_L \cdot g \cdot A \cdot h_f$$

Igualando:

$$\mu_L \cdot \frac{\mu_a h_{oi}}{h_f}$$

$$\text{Como: } \frac{l_{ad}}{l_{ab}} = \frac{R_{ad}}{R_{ab}} \Rightarrow l_{ad} = \frac{10 \cdot 9}{5} = 18$$

$$l_{ad} = 18 \text{ cm}$$

Com isso, podemos concluir que o bloco emergiu 8,0 cm. Logo $h_f = 48 - 8 = 40 \text{ cm}$

$$\mu_L = \frac{1 \cdot 48}{40} = 1,2 \Rightarrow \mu_L = 1,2 \text{ g/cm}^3$$

discursiva

03. Um pequeno corpo é abandonado com velocidade inicial nula no ponto A de uma rampa, conforme ilustra a figura 1. No instante em que esse corpo passa pelo ponto P, um dispositivo provoca o fechamento da chave S1 do circuito elétrico apresentado na Figura 2.

No instante em que o resistor R1 desse circuito atinge o consumo de 0,05 W . h, um percussor é disparado, perpendicularmente ao trecho plano B-C, com o objetivo de atingir o corpo mencionado. Sabe-se que ao percorrer a distância d mostrada na figura 1, o corpo tem sua velocidade reduzida a 1/3 da alcançada no ponto B. Considerando que os trechos A-B e P-C não possuem atrito e que o corpo permanece em contato com o solo até o choque, determine o ângulo de inclinação θ da rampa para que o corpo seja atingido pelo percussor.

Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s².

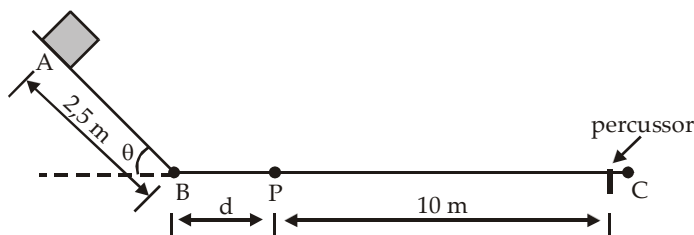


Figura 1

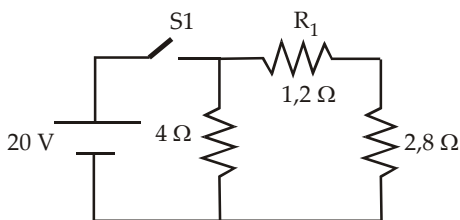
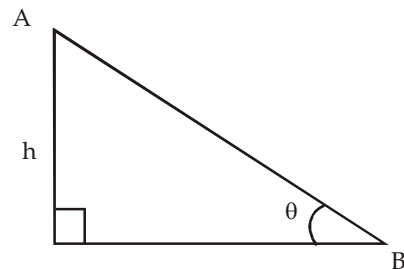


Figura 2

Solução:

03.



$$E_{MA} = E_{MB} \rightarrow$$

$$\rightarrow mgh = \frac{mv_B^2}{2} \rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

$$v_P = \frac{v_B}{3} = \frac{\sqrt{2gh}}{3}$$

$$R_{eq} = 2,0 \Omega$$

$$i_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{20}{2} = 10A \text{ e } i_1 = \frac{i_T}{2} = 5,0 A$$

$$P_1 = R_1 i_1^2 = 1,2 \times 5^2 = 30 \Rightarrow P_1 = 30 w$$

Temos MRU no trecho PC:

$$v = \frac{\Delta S_{PC}}{\Delta t_{PC}} \Rightarrow \frac{1}{3} \sqrt{2gh} = \frac{\Delta S_{PC}}{\Delta t_{PC}} \Rightarrow \Delta t_{PC} = \frac{30}{\sqrt{20h}}$$

$$E = 0,05 wh = 180 ws$$

$$E = P \times \Delta t_{PC} \Rightarrow 180 = 30 \times \frac{30}{\sqrt{20h}} \Rightarrow h = 1,25m$$

Finalmente:

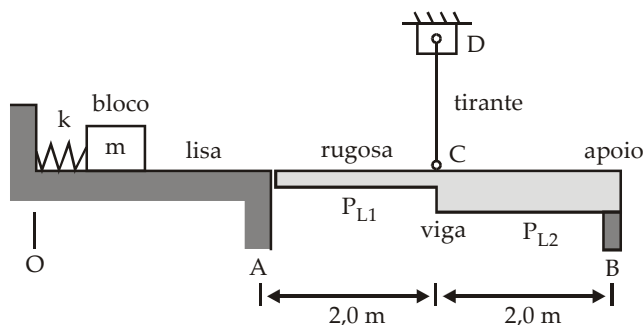
$$\text{sen}\theta = \frac{h}{AB} = \frac{1,25}{2,5} = 0,50$$

$$\theta = 30^\circ$$

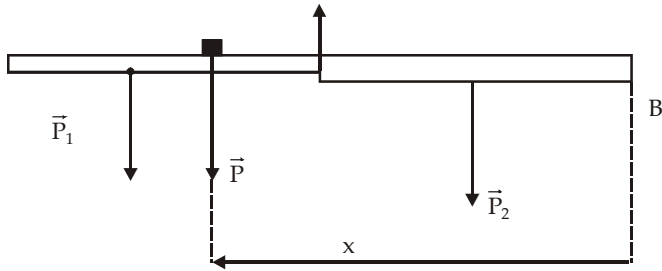
04. Uma mola com constante elástica k , presa somente a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida em 10 cm por um bloco de massa $m = 4 \text{ kg}$, conforme apresenta a figura abaixo. O bloco é liberado e percorre uma superfície horizontal lisa OA sem atrito. Em seguida, o bloco percorre, até atingir o repouso, parte da superfície rugosa de uma viga com 4 m de comprimento, feita de material uniforme e homogêneo, com o perfil mostrado na figura. Sabendo que a força normal por unidade de área no tirante CD de seção reta 10 mm^2 é de 15 MPa na posição de repouso do bloco sobre a viga, determine o valor da constante elástica k da mola.

Dados: pesos por unidade de comprimento da viga (P_{L1}) = 20 N/m e (P_{L2}) = 40 N/m; coeficiente de atrito cinético (μ_c) = 0,50; aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²; 1 Pa = 10⁵ N/m².

Obs.: o tirante não prejudica o movimento do bloco.



Solução:



$$\sum \vec{M}_B = \vec{0}$$

$$3P_1 + P \cdot x - 2T + P_2 \cdot 4 = 0 \quad (I)$$

$$\begin{cases} P = mg = 40 \text{ N} \\ P_1 = 20 \cdot 2 = 40 \Rightarrow P_1 = 40 \text{ N} \\ P_2 = 40 \cdot 2 = 80 \Rightarrow P_2 = 80 \text{ N} \\ T = 15 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 150 \Rightarrow T = 150 \text{ N} \end{cases}$$

Em (I):

$$x = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ m}$$

$$\Delta S = 4 - 2,5 = 1,5 \Rightarrow \Delta S = 1,5 \text{ m}$$

2ª Lei de Newton:

$$|F_r| = |f_{at}| \Rightarrow m|a| = \mu \cdot mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |a| = \mu g = 5 \Rightarrow |a| = 5 \text{ m/s}^2$$

Para o movimento retardado do bloco. Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 - 2a \Delta S \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 5 \cdot 1,5 = 15$$

Pela conservação da energia mecânica:

$$\frac{k \Delta x^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow k \cdot 0,1^2 = 4 \cdot 15 \Rightarrow k = 6000 \Rightarrow$$

$$k = 6000 \text{ N/m}$$

05. A figura 1 ilustra uma bateria, modelada através de uma fonte de tensão elétrica V_F em série com um resistor R_S , conectado a um voltímetro V , cuja leitura indica 24 V. Essa bateria é ligada em série com o amperímetro A e com um circuito composto por uma resistência de aquecimento R_A em paralelo com uma resistência R_B , conforme mostra a Figura 2. A resistência R_A encontra-se imersa em 0,2 L de um líquido com massa específica de 1,2 g/cm³.

Inicialmente, as chaves S_1 e S_2 da Figura 2 encontram-se abertas. A chave S_1 é acionada. Observa-se que o amperímetro indica 2 A e que a temperatura do líquido se eleva de 10 °C para 40 °C em 30 minutos. Em seguida, a chave S_2 é fechada e o amperímetro passa a indicar 2,4 A. Considerando que não exista perda de energia no aquecimento da água e que o voltímetro e o amperímetro sejam ideais, determine:

- a) a resistência R_A em ohms;
- a) a resistência R_S em ohms;
- c) a resistência R_B em oms.

Dados: calor específico do líquido (c) = 2 cal/(g . °C);

1 cal \cong 4J

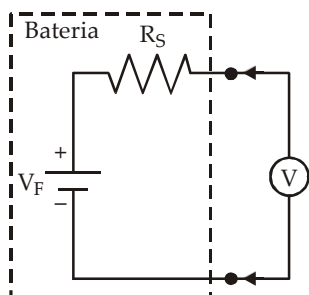


Figura 1

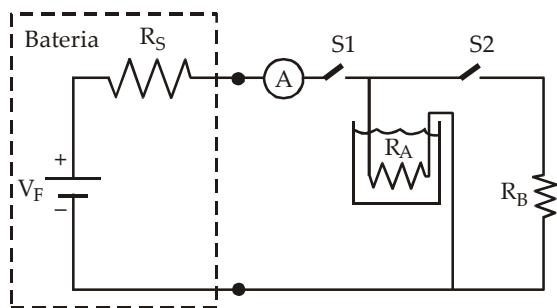


Figura 2

Solução:

$$m = \mu \cdot V = 1,2 \cdot 200 = 240\text{g}$$

Fechando a chave 1:

$$P \cdot \Delta t = R_A i_1^2 \Delta t = m c \Delta \theta \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{240 \cdot 8 \cdot 30}{2^2 \cdot 1800} = 8,0 \Rightarrow R_A = 8,0 \Omega$$

No circuito Fechado:

$$V_F - R_A \cdot i_1 - R_S i_1 = 0 \Rightarrow R_S = \frac{24 - 8 \cdot 2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_S = 4\Omega}$$

Fechando a chave 2:

$$i_2 = \frac{V_F}{R_S + \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}} \Rightarrow 2,4 = \frac{24}{4 + \frac{8 R_B}{8 + R_B}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_B = 24\Omega}$$

Resp.: $R_A = 8,0\Omega$, $R_S = 4\Omega$ e $R_B = 24\Omega$

06. Uma massa m de ar, inicialmente a uma pressão de 3 atm, ocupa $0,1 \text{ m}^3$ em um balão. Este gás é expandido isobaricamente até um volume de $0,2 \text{ m}^3$ e, em seguida, ocorre uma nova expansão através de um processo isotérmico, sendo o trabalho realizado pelo gás durante esta última expansão igual a 66000 J. Determine:

- a) o trabalho total realizado em joules pelo gás durante todo o processo de expansão;
- b) o calor total associado às duas expansões, interpretando fisicamente o sinal desta grandeza.

Dados: $1 \text{ atm} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$, $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ e $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Obs.: suponha que o ar nestas condições possa ser considerado como gás ideal.

Solução:

$$\begin{aligned} \text{a) } W_{\text{tot}} &= W_1 + W_2 \\ &= p\Delta V + W_2 \\ &= 3 \cdot 10^5 \cdot 0,1 + 66000 \\ &= 96000 \text{ J} \end{aligned}$$

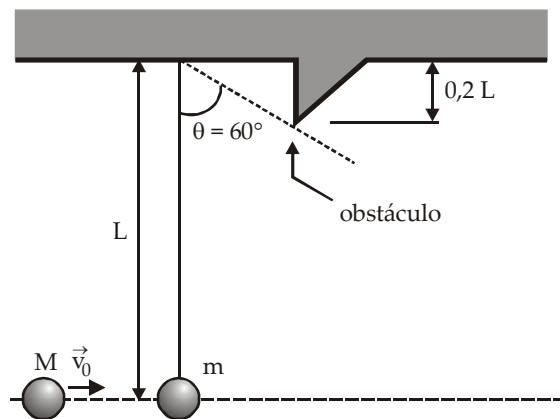
$$\begin{aligned} \text{b) } Q_{\text{tot}} &= Q_1 + Q_2 \\ \begin{cases} Q_1 = nC_p \Delta T \\ p\Delta V = nR \Delta T \end{cases} &\rightarrow Q_1 = p\Delta V \frac{C_p}{R} = p\Delta V \frac{C_p}{C_p - C_v} = p\Delta V \frac{\gamma}{\gamma - 1} = 105.000 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T = \text{cte} &\rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow Q_2 = W_2 = 66.000 \text{ J} \\ \Rightarrow Q_{\text{tot}} &= 171.000 \text{ J} \end{aligned}$$

O sinal do calor trocado é positivo já que em ambas etapas o sistema recebe calor.

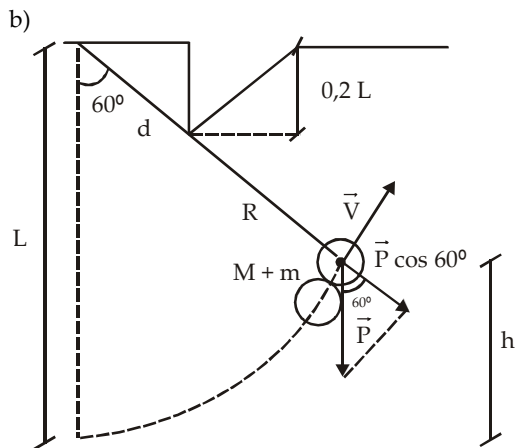
07. Um pêndulo com comprimento $L = 1\text{m}$, inicialmente em repouso, sustenta uma partícula com massa $m = 1\text{kg}$. Uma segunda partícula com massa $M = 1\text{kg}$ movimenta-se na direção horizontal com velocidade constante v_0 até realizar um choque perfeitamente inelástico com a primeira. Em função do choque, o pêndulo entra em movimento e atinge um obstáculo, conforme ilustrado na figura. Observa-se que a maior altura alcançada pela partícula sustentada pelo pêndulo é a mesma do ponto inferior do obstáculo. O fio pendular possui massa desprezível e permanece sempre esticado. Considerando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a resistência do ar desprezível, determine:

- a) a velocidade v_0 da partícula com massa M antes do choque;
- b) a força que o fio exerce sobre a partícula de massa m imediatamente após o fio bater no obstáculo.



Solução:

$$\begin{aligned} \text{a) A velocidade das duas partículas após a colisão é } \frac{v_0}{2}. \text{ Pela conservação de energia, } \frac{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} &= g \cdot (0,8 \cdot L) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{8} &= 10 \cdot 0,8 \cdot 1 \Leftrightarrow v_0 = 8 \text{ m/s.} \end{aligned}$$



Pela conservação da energia,

$$\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{v^2}{2} + gh. \text{ Mas } d = \frac{0,2L}{\cos 60^\circ} = 0,4 \text{ m e}$$

$$h = L - L \cos 60^\circ = 0,5 \text{ m, logo}$$

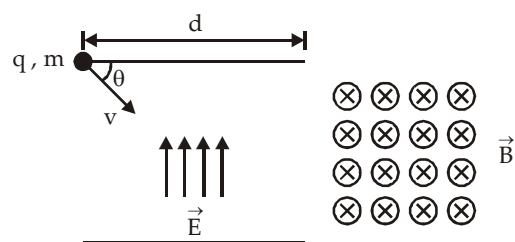
$$\frac{v_0^2}{8} = \frac{v^2}{2} + gh \Leftrightarrow 8 = \frac{v^2}{2} + 5 \Leftrightarrow v = \sqrt{6} \text{ m/s. Logo}$$

$$T = F_{cp} + P \cos \theta = \frac{(M+m)v^2}{R} + (M+m)g \cos \theta = \frac{2 \cdot 6}{0,6} + 2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 30 \text{ N.}$$

08. Uma partícula de massa m e carga elétrica q é arremessada com velocidade escalar v numa região entre duas placas de comprimento d , onde existe um campo elétrico uniforme \vec{E} , conforme ilustra a figura. Ao sair da região entre as placas, a partícula entra numa região sujeita a um campo magnético uniforme \vec{B} e segue uma trajetória igual a uma semicircunferência, retornando à região entre as placas. Pede-se:

- o ângulo θ de arremesso da partícula indicado na figura;
- a energia cinética da partícula no instante de seu retorno à região entre as placas;
- a faixa de valores de $|\vec{B}|$ para que a partícula volte à região entre as placas;
- verificar, justificando, se existe a certeza da partícula se chocar com alguma das placas após regressar à região entre as placas.

Obs.: desconsidere a ação da gravidade.



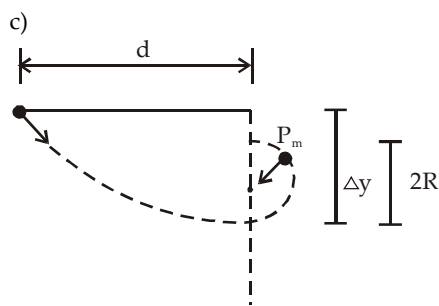
Solução:

a) Como a trajetória da partícula no campo magnético é uma semicircunferência, ela deve entrar neste campo com velocidade puramente horizontal, i.e. $v_y = 0$.

A aceleração vertical da partícula é $\frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$, e $v_{y0} = -v \sin \theta$, logo o tempo que a partícula leva para deixar o campo elétrico é $\frac{mv \sin \theta}{Eq}$. Como a velocidade horizontal da partícula no eixo x é $v \cos \theta$, ela percorre distância horizontal de

$$\frac{mv^2 \sin \theta \cos \theta}{Eq} = \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{1}{Eq} \cdot \sin 2\theta. \text{ Mas isso é igual a } d, \text{ logo } \theta = \frac{1}{2} \arcsen \left(\frac{2Eqd}{mv^2} \right).$$

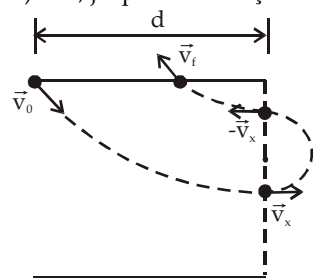
b) O campo magnético é conservativo neste caso, logo podemos calcular a energia cinética da partícula ao entrar no campo magnético. Mas esta energia é $\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \cdot \cos^2 \theta = \frac{mv^2}{2} \cdot \left[\frac{\cos 2\theta + 1}{2} \right] = \frac{mv^2}{4} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4E^2 q^2 d^2}{m^2 v^4}} \right]$



Para que a partícula volte ao capacitor, devemos ter $2R \leq \Delta y$. Mas $\Delta y = \frac{at^2}{2} = \frac{Eq}{m} \cdot \frac{v^2 \sin^2 \theta m^2}{E^2 q^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{mv^2 \sin^2 \theta}{2Eq}$

$$e R = \frac{mv_x}{qB}, \text{ logo } 2R \leq \Delta y \Leftrightarrow \frac{2mv_x}{qB} \leq \frac{mv^2 \sin^2 \theta}{2Eq} \Leftrightarrow B \geq \frac{4E \cos \theta}{v \sin^2 \theta} = \frac{4\sqrt{2}E \sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{4E^2 q^2 d^2}{m^2 v^4}}}}{v \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4E^2 q^2 d^2}{m^2 v^4}} \right]}$$

d) Sim, já que a aceleração dentro do campo elétrico é constante:



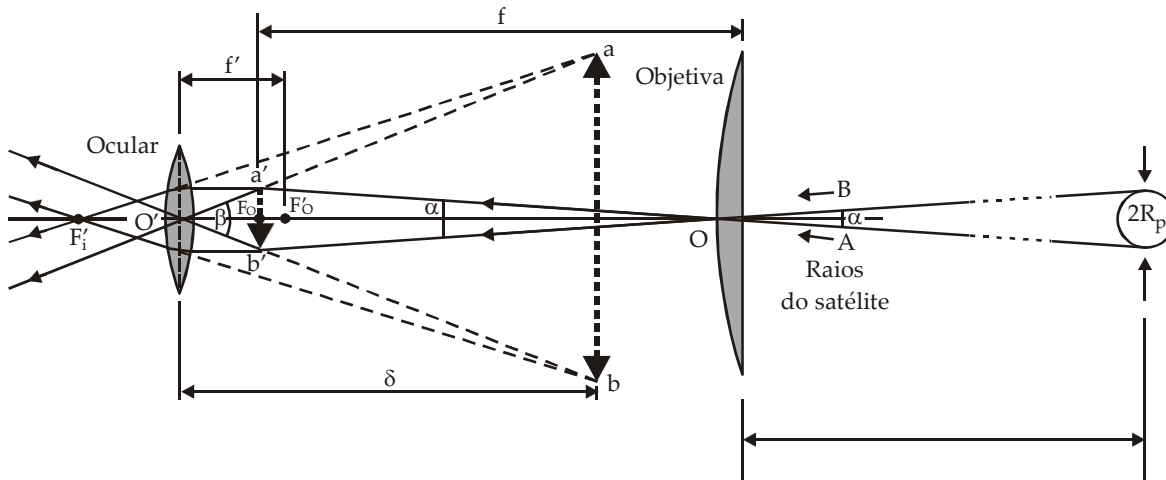
09. Um explorador espacial sofreu um acidente e encontra-se em um planeta desconhecido. Entre seus equipamentos, ele dispõe de um telescópio, um dinamômetro, um bloco de massa M conhecida e um fio de comprimento L. O telescópio é composto por uma objetiva e uma ocular com distância focais f e f', respectivamente. O explorador observou a existência de um satélite no céu deste planeta e o telescópio apresentou uma imagem de diâmetro máximo 2r'. Medidas anteriores ao acidente indicavam que o raio deste satélite era, na realidade, R. O astronauta determinou que o período de revolução do satélite em torno do planeta era equivalente a 5000 períodos de um pêndulo improvisado com o bloco e o fio. Se o dinamômetro registra que este bloco causa uma força F sob efeito da gravidade na superfície do planeta, determine:

- a) a massa M em função dos parâmetros fornecidos;
- b) o diâmetro D deste planeta em função dos parâmetros fornecidos.

Dado: constante de gravitação universal = G.

Solução:

a) Seja d a distância do planeta ao satélite. Com a distância de 25 cm (0,25 m) o observador visualiza a imagem na condição de máxima ampliação.



$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p = \frac{\delta f'}{\delta + f'}$$

$$\frac{a'b'}{ab} = \frac{i'}{i} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = \frac{i' f'}{\delta + f'} \text{ : substituindo em :}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{i}{f} = \frac{R}{d}, \text{ temos :}$$

$$d = \frac{(\delta + f') R f}{i' f'}$$

Fazendo: $R_p \ll d$

e considerando que a banca procurava a massa do planeta, M_p .

Na superfície do planeta

$$g_s = \frac{F}{M}$$

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_s}} \Rightarrow T_p = 2\pi \sqrt{\frac{LM}{F}}$$

Para o satélite:

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{G \cdot M_p}}$$

Do enunciado:

$$T_s = 5000 T_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{5000^2 F \cdot d^3}{G M L}$$

$$M_p = \frac{25 \cdot 10^6 F R^3 f^3 (f' + \delta)^3}{G M L \cdot i^3 f^3}$$

b)

$$g_s = \frac{G M_p}{R_p^2} = \frac{F}{M}$$

$$R_p = \sqrt{\frac{M G M_p}{F}}$$

$$D_p = 2 R_p = 2 \sqrt{\frac{M \cdot M_p G}{F}}$$

10. A figura ilustra uma empacotadora de papel que utiliza um capacitor de placas quadradas e paralelas para empilhar a quantidade exata de folhas contidas em cada embalagem. Ao atingir a altura limite do bloco de papel, o laser L acoplado à fenda simples F_s projeta os mínimos de intensidade de difração de primeira ordem nos pontos A e B, equidistantes da linha tracejada ED. Sabendo que cada folha de papel possui uma espessura e_f , determine o número de folhas contidas em cada embalagem.

Dados: comprimento de onda do laser = λ ;

largura da fenda simples = a ;

distância entre a fenda e a reta AB = $2d$;

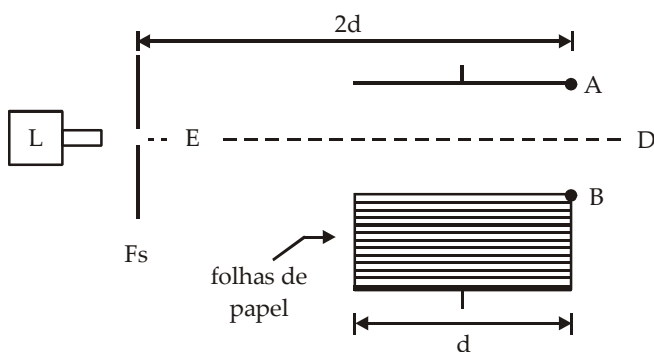
área da superfície das placas do capacitor = d^2 ;

permissividade do vácuo = ϵ_0 ;

permissividade do papel = ϵ ;

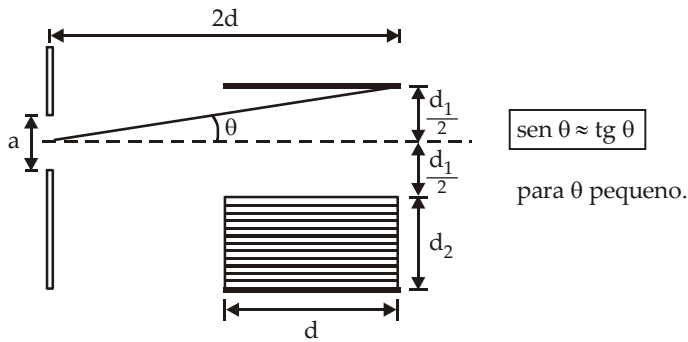
capacitância do capacitor com o limite máximo de folhas de papel = C.

Obs.: despreze o efeito da borda do capacitor.



Solução:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (I)$$



$$\text{sen } \theta \cong \frac{d_1}{2d} \Rightarrow \text{em (I):}$$

$$a \cdot \frac{d_1}{4d} = \lambda \Rightarrow d_1 = \frac{4\lambda d}{a}$$

$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 d^2}{d_1} \cdot \frac{\epsilon d^2}{d_2}}{\frac{\epsilon_0 d^2}{d_1} + \frac{\epsilon d^2}{d_2}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon d^2}{\epsilon d_1 + \epsilon_0 d_2}$$

$$\text{Com isto: } d_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon a d^2 - 4\epsilon C \lambda d}{C \epsilon_0 a}$$

$$n = \frac{d_2}{e_f} = \frac{\epsilon_0 \epsilon d^2 a - 4\epsilon C \lambda d}{\epsilon_0 C a e_f}$$